

## Analyse II

### Série 22

---

à remettre jusqu'au lundi 8 mai 2017 à 13:00 dans le casier entre les bureaux 2.55 et 2.56 du bâtiment de physique

---

**Exercice 93.** Soit  $v \in \mathbb{R}^n$  et soit  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  la fonction donnée par  $f(x) := |x - v|$ . Montrer que  $f$  est partiellement dérivable en tout  $x \neq v$  et calculer  $\frac{\partial f}{\partial x_i}(x)$  pour tout  $i = 1, \dots, n$ .

**Exercice 94.** Soit  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  la fonction donnée par

$$f(x, y) := \begin{cases} 0 & (x, y) = (0, 0) \\ \frac{xy}{(x^2+y^2)^2} & \text{sinon.} \end{cases}$$

- (a) Montrer que  $f$  est partiellement dérivable en tout  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$  et calculer les dérivées partielles de  $f$ .
- (b) Est-ce-que  $f$  est continue en  $(0, 0)$ ?

**Exercice 95.** Soit  $U \subset \mathbb{R}^2$  ouvert et soit  $f: U \rightarrow \mathbb{R}$  partiellement dérivable et telle que  $\frac{\partial f}{\partial x}$  et  $\frac{\partial f}{\partial y}$  sont des fonctions bornées dans  $U$ . Montrer que  $f$  est continue.

**Exercice 96.** Soit  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  la fonction donnée par

$$f(x, y) := \begin{cases} \frac{x^3y - xy^3}{x^2+y^2} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

- (a) Montrer que  $f$  est 2-fois partiellement dérivable en tout point  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ .
- (b) Montrer que

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(0, 0) \neq \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(0, 0).$$