

Analyse II

Série 13

à remettre jusqu'au mardi 28 février 2017 à 10:00 dans le casier entre
les bureaux 2.55 et 2.56 du bâtiment de physique

Exercice 56. Trouver les k -ièmes racines de z :

- (a) $z = -1$ et $k = 6$;
- (b) $z = i$ et $k = 3$;
- (c) $z = 1 + i$ et $k = 2$.

Exercice 57. Soit $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la fonction donnée par $f(x) := |x|^{\frac{4}{3}}$ pour tout $x \in \mathbb{R}$. Est-ce que f est différentiable en 0? Si oui, trouver $f'(0)$. Justifier votre réponse.

Exercice 58. Montrer que f est différentiable en x_0 et calculer $f'(x_0)$.

- (a) $f(x) = \frac{2x^2+3}{x-7}$ avec $x_0 \neq 7$.
- (b) $f(x) = \sqrt{x}$ avec $x_0 > 0$.
- (c) $f(x) = \cos(x)$ avec $x_0 = 0$.

Exercice 59. Pour quels $k \in \mathbb{N}$ est-ce que la fonction $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ donnée par

$$f(x) := \begin{cases} 0 & \text{si } x = 0 \\ x^k \sin\left(\frac{1}{x}\right) & \text{si } x \neq 0. \end{cases}$$

est-elle différentiable en $x_0 = 0$? Trouver $f'(0)$.