Cours du Prof. Dr. Anand Dessai | Algèbre et géométrie II

Rafael Guglielmetti, Nicolas Weisskopf

Série 7 - Corrigé

Exercice 1
Montrez que l'ensemble S est à la fois ouvert et fermé.

Exercice 2
N'oubliez pas que l'image d'un espace compact (connexe) par une application continue est compacte (connexe).

Exercice 3
N'essayez pas d'utiliser à tout prix le lemme 2.19. En particulier, il est évidemment faux de dire que si f est une application injective alors g est surjective du moment que la composition $f \circ g$ fait sens.

Exercice 4
Voilà les étapes principales :

— Les applications continues $\pi_X : X \times Y \longrightarrow X$ et $\pi_Y : X \times Y \longrightarrow Y$ induisent deux homomorphismes de groupes

$$(\pi_X)_* : \pi_1\big(X \times Y, (x_0, y_0)\big) \longrightarrow \pi_1\big(X, x_0\big)$$
$$(\pi_Y)_* : \pi_1\big(X \times Y, (x_0, y_0)\big) \longrightarrow \pi_1\big(Y, y_0\big).$$

— On obtient l'homomorphisme $\Phi : \pi_1\big(X \times Y, (x_0, y_0)\big) \longrightarrow \pi_1\big(X, x_0\big) \times \pi_1\big(Y, y_0\big)$ en combinant les deux précédents.

— Montrez que Φ est bijectif ; directement ou en explicitant un inverse (dans ce cas, montrez que celui-ci est bien défini !).