1. Vektorfelder und Differentialgleichungen (1-48)

Vektorfelder, Gradientenfelder, zeitabhängige Vektorfelder, Integralkurven, Interpretation als Geschwindigkeitsfeld einer Strömung, Anfangswertproblem, Existenz- und Eindeutigkeitssatz von Picard-Lindelöf, Lipschitz-Bedingung, Beweis durch Reduktion auf eine Integralgleichung, mittels Banachschem Fixpunktsatz, Picard-Iteration; Beispiel $\dot{x} = \sqrt{|x|}$ für nicht eindeutige Lösungen von Anfangswertproblemen; Separation der Variablen; globale Existenz von Lösungen bei linear beschränktem F, Lemma von Gronwall, Korollar zum Beweis: Fortsetzungslemma; Reduktion zeitabhängiger Systeme auf zeitunabhängige, Reduktion von Gleichungen höherer Ordnung auf Systeme erster Ordnung, Beispiel: harmonischer Oszillator und sein Phasenportrait; lineare Systeme von Differentialgleichungen erster Ordnung, homogenes und inhomogenes System, Evaluationsabbildung, Fundamentalsystem, Fundamentalmatrix, Methode der Variation der Konstanten; lineare System mit konstanten Koeffizienten, Fundamentalsystem für diagonalisierbares A, Beispiele, Matrix-Exponentialfunktion, Fundamentalsystem für beliebiges A, Hauptvektoren, Jordan-Normalerform, inhomogene Systeme und Variation der Konstanten, Lösungsformel; lineare Differentialgleichungen höherer Ordnung, charakteristisches Polynom und Fundamentalsystem im Fall konstanter Koeffizienten, Methode der Variation der Konstanten

Königsberger II, Kapitel 4 und I, Kapitel 10

2. Pfaffsche Formen und Kurvenintegrale (49-74)

Pfaffsche Formen (1-Formen), Differentiale von Funktionen, Pfaffsche Formen und Vektorfelder; Kurvenintegrale, Beispiel Windungsform, Approximation durch Riemannsummen; Stammfunktion einer exakten 1-Form, Wegabhängigkeit des Kurvenintegrals, $\int \omega$ wegunabhängig $\Leftrightarrow \omega$ exakt, geschlossene (= lokal exakte) Formen, Integrabilitätsbedingungen $\Leftrightarrow \omega$ lokal exakt, Poincaré-Lemma; Vektorfelder und Gradientenfelder, $\mathrm{rot}(v) = 0$; Homotopie von Kurven, Homotopieinvarianz des Kurvenintegrals geschlossener 1-Formen; freie Homotopie geschlossener Kurven, Homotopieinvarianz der Windungszahl; einfach zusammenhängende Teilmengen des $\mathbb{R}^n$, Beispiele

Königsberger II, Kapitel 5

3. Holomorphe Funktionen (75-156)

Definition und äquivalente Bedingungen, Differentialgleichungen von Cauchy-Riemann, Limites konvergenter Potenzreihen sind holomorph, Kurvenintegral $\int_\gamma f(z)\, dz$, Windungszahl, $(1/z)dz = d(\ln r) + i\, d\theta$, Differentiation unter dem Integralzeichen; Integralsatz von Cauchy, Satz von Goursat, komplexer Logarithmus; Integralformel von Cauchy, Potenzreihenentwicklung holomorpher Funktionen, Formel für die Taylorkoeffizienten, ganze Funktionen und Satz von Liouville, Fundamentalsatz der Algebra (erster Beweis), Integralformel von Cauchy für Ableitungen, Satz von Morera, Satz von Weierstrass (über die Holomorphie des Limes), Identitätssatz für Potenzreihen, Identitätssatz für holomorphe Funktionen, Beispiele; konforme Abbildungen und holomorphe Funktionen, biholomorphe Abbildungen, Riemannscher Abbildungssatz; Umkehrfunktionen holomorpher Funktionen, Verhalten an k-fachen Stellen, Offenheitssatz = Satz von der Gebietstreue, Maximumprinzip für holomorphe Funktionen, Lemma von Schwarz, holomorphe Automorphismen des Einheitskreises D; isolierte Singularitäten, Riemannscher Hebbarkeitssatz, Integralformel für Kreisringe, Laurentreihen, Hauptteil und Nebenteil, Laurententwicklung und Laurentzerlegung, isolierte Singularitäten (hebbar, Pol, wesentlich), Partialbruchzerlegung rationaler Funktionen; Satz von Casorati-Weierstrass, grosser Satz von Picard (ohne Beweis), kleiner Satz von Picard; Residuensatz, Berechnung von Residuen, Anwendung auf die Berechnung von Integralen mit Beispielen (3 Typen); meromorphe Funktionen, Prinzip vom Argument, Satz von Rouché, Fundamentalsatz der Algebra (zweiter Beweis), Satz von Hurwitz über die Injektivität von Limites, die Nullstellen eines Polynoms hängen stetig von den Koeffizienten ab, verallgemeinertes Prinzip vom Argument $\int_\gamma \frac{f'(z)}{f(z)} g(z)\, dz$, Anwendung: Formel für f^{-1}

Königsberger II, Kapitel 6; Fischer, Lieb, Funktionentheorie

4. Lebesgue-Integration im $\mathbb{R}^n$ (157-263)

Treppenfunktionen, Hüllreihen, L^1-Halbnorm, verallgemeinerte Dreiecksungleichung, Definition der Integrierbarkeit und des Lebesgue-Integrals über $\mathbb{R}^n$, Eigenschaften des Integrals, $||f||_1 = \int_{\mathbb{R}^n} |f(x)|\, dx$ wenn $f \in \mathcal{L}^1(\mathbb{R}^n)$, Integration über Teilmengen, Integrierbarkeit von Regelfunktionen über $[a; b]$, uneigentliche Regelintegrale und Lebesgue-Integral, kleiner Satz von Beppo Levi, monotone Approximation stetiger Funktionen durch Treppenfunktionen, Integrierbarkeit stetiger Funktionen; Lebesgue-Mass $v_n(A)$ integrierbarer Teilmengen $A \subseteq \mathbb{R}^n$, Eigenschaften, Inklusions-Exklusions-Prinzip für $v_n(A_1 \cup \ldots \cup A_s)$, abzählbare Vereinigungen und Durchschnitte, Cantor-Menge, Vitali-Menge; Lebesgue-Nullmengen im $\mathbb{R}^n$, Quaderüberdeckungskriterium, Lipschitz-Bilder von Nullmengen sind Nullmengen, Untermannigfaltigkeiten positiver Codimension sind Nullmengen, $||f||_1 = 0 \Leftrightarrow f = 0$ fast überall, Modifikationssatz, Riemannsche Summen; Anschluss an die allgemeine Masstheorie, Charakterisierung des Lebesgue-Masses als translationsinvariantes Borelmass; Vollständigkeitssatz von Riesz-Fischer, L^1–konvergente Folgen enthalten Teilfolgen, die fast überall konvergieren, Beispiel "wandernder Buckel"; der Banachraum $L^1(\mathbb{R}^n)$; Satz von der monotonen Konvergenz (Beppo Levi), $\int_A f\, dx = \lim \int_{A_k} f\, dx$, Satz von der majorisierten Konvergenz (Lebesgue); Anwendungen: Hauptsatz, σ-kompakte Mengen, Majorantenkriterium; parameterabhängige Integrale: Stetigkeitssatz und Differentiationssatz, Beispiel Fouriertransformation; Sätze von Fubini und Tonelli, anschauliche Begründung des Satzes von Fubini mit Riemannschen Summen; Transformationssatz für Integrale, Beispiele und Anwendungen: euklidische Bewegungen, Polarkoordinaten im $\mathbb{R}^2$, sphärische Koordinaten im $\mathbb{R}^3$, Volumen der Einheitskugel im $\mathbb{R}^3$, Polarkoordinaten im $\mathbb{R}^n$, Integration rotationssymmetrischer Funktionen, Volumen des Einheitsballes im $\mathbb{R}^n$, Gammafunktion, Volumen von Parallelotopen, Beweis des Transformationssatzes

Königsberger II, Kapitel 7,8,9