Informationen zur mündlichen Prüfung
Lineare Algebra I

Der Prüfungsstoff umfasst die Vorlesungen und die Übungsaufgaben.

Hier eine unvollständige Liste von Definitionen und Sätzen aus den Vorlesungen Lineare Algebra I:

Definitionen	Définitions
Mengen (Vereinigung, Durchschnitt, Differenzmenge, Kartesisches Produkt)	ensembles (union, intersection, différence, produit cartésien)
Abbildungen (injektiv, surjektiv, bijektiv, Bild, Urbild, Umkehrabbildung)	applications (injective, surjective, bijective, image, image réciproque, application réciproque)
Gruppen, Ringe, Körper, Homomorphismen	groupes, anneaux, corps, homomorphismes
Äquivalenzrelation	relation d'équivalence
$\mathbb{Z}/m\mathbb{Z}$ (Menge der Restklassen modulo m)	$\mathbb{Z}/m\mathbb{Z}$ (ensemble des résidus modulo m)
komplexe Zahlen $\mathbb{C}$	nombres complexes $\mathbb{C}$
Vektorräume, Untervektorräume, Homomorphismen/lineare Abbildungen	espaces vectoriels, sous-espaces vectoriels, homomorphismes/applications linéaires
Bild und Kern eines Homomorphismus	image et noyau d'application linéaire
Linearkombination, linear abhängig, linear unabhängig, *span*	combinaison linéaire, linéairement dépendant/liée, linéairement indépendant/libre, *span*
Basis, kanonische Basis des $\mathbb{K}^n$	base, base canonique de $\mathbb{K}^n$
Dimension $\dim V$	dimension $\dim V$
Summe von Vektorräumen, direkte Summe, Projektion, komplementärer Untervektorraum	somme des espaces vectoriels, somme directe, projection, sous-espace complémentaire/supplémentaire
Quotientenvektorraum	espace quotient
Gauss-Algorithmus, elementare Zeilenoperationen, Zeilen-Stufen Form	méthode d'élimination de Gauss-Jordan, opérations élémentaires, matrice écholonée
Lineare Gleichungssysteme, (erweiterte) Koeffizientenmatrix	système d'équationes linéaires, matrice (augmentée) des coefficients

Matrizen, Zeilenvektoren, Spaltenvektoren, Matrizen-Multiplikation, Matrizenring $M(n \times n, \mathbb{K})$	matrices, vecteur ligne, vecteur colonne, produit de deux matrices, l'anneau des matrices $M(n \times n, \mathbb{K})$
darstellende Matrix $M_{\mathcal{B}}^{\mathcal{A}}(\Phi)$ eines Homomorphismus $\Phi : V \to W$ bzgl. einer Basis $\mathcal{A}$ von V und einer Basis $\mathcal{B}$ von W	$M_{\mathcal{B}}^{\mathcal{A}}(\Phi)$ = matrice de l'homomorphisme $\Phi : V \to W$ par rapport aux bases $\mathcal{A}$ de V et $\mathcal{B}$ de W
Homomorphismus $\mathbb{K}^n \to \mathbb{K}^m$ assoziiert zur Matrix $A \in M(m \times n, \mathbb{K})$	homomorphisme $\mathbb{K}^n \to \mathbb{K}^m$ associé à une matrice $A \in M(m \times n, \mathbb{K})$
$Hom(V, W), End(V), Aut(V)$	$Hom(V, W), End(V), Aut(V)$
A^T = Transponierte von A	A^T = transposée de A
invertierbare Matrizen, $Gl_n(\mathbb{K})$	matrices inversibles, $Gl_n(\mathbb{K})$
Transformationsmatrix für zwei Basen	matrice de transformation/matrice de passage entre deux bases
ähnliche (konjugierte) Matrizen, äquivalente Matrizen	matrices semblables, matrices équivalentes
Rang eines Homomorphismus, Zeilenrang $ZR(A)$, Spaltenrang $SR(A)$	rang de l'application linéaire, rang des vecteurs lignes $ZR(A)$, rang des vecteurs colonnes $SR(A)$
Axiome für die Determinante	caractérisation axiomatique du déterminant
Determinante eines Endomorphismus	déterminant d'un endomorphisme
Elementarmatrizen	matrices élémentaires
Symmetrische Gruppe S_n, Transpositionen, Inversionen, Signum $sign$	groupe symétrique S_n, transposition, inversion, signum $sign$
komplementäre Matrix $A^\sharp$	matrice complémentaire $A^\sharp$
Eigenwerte, Eigenvektoren, Eigenräume	valeur propre, vecteur propre, espace propre
diagonalisierbar, Diagonalmatrix	diagonalisable, matrice diagonale
charakteristisches Polynom	polynôme caractéristique
Polynomring $\mathbb{K}[t]$, Grad eines Polynoms	anneau des polynômes $\mathbb{K}[t]$, degré du polynôme

Sätze	**Théorèmes**
Fundamentalsatz der Algebra (ohne Beweis)	théorème fondamental de l'algèbre/théorème de D'Alembert (sans démonstration)
$\mathbb{Z}/m\mathbb{Z}$ ist ein Körper $\iff$ m ist eine Primzahl	$\mathbb{Z}/m\mathbb{Z}$ est un corps $\iff$ m est un nombre prémier
Basis = minimales Erzeugendensystem = max. linear unabhängiges System	base = famille géneratrice minimale = famille libre maximal
jeder endlich dimensionale Vektorraum besitzt eine Basis	chaque espace vectoriel de dimension finie admet une base
Austauschsatz von Steinitz, Basisergänzungssatz	lemme de Steinitz, théorème de la base incomplète
Dimensionsformel für Summe von Vektorräumen	formule de Grassmann
Dimensionsformel für Bild und Kern eines Homomorphismus $f : V \to W$	formule pour la dimension de l'image et du noyau d'une application linéaire
$\dim V = \dim W \iff V \cong W$	$\dim V = \dim W \iff V \cong W$
$f : V \to W$ linear, $\dim V = \dim W = n$. Dann gilt: f inj. $\iff$ f surj. $\iff$ f bij.	$f : V \to W$ linéaire, $\dim V = \dim W = n$. Alors on a : f inj. $\iff$ f surj. $\iff$ f bij.
Berechnung der Lösungsmenge des linearen Gleichungssystems $Ax = b$	Calcul d'ensembles de solutions pour une système d'équationes linéaires $Ax = b$
Jede Matrix lässt sich durch elementare Zeilenoperationen in Zeilen-Stufen Form bringen	Par une suite d'opérationes élémentaires on peut transformer toute matrice en une matrice écholonée
$M^{\mathcal{A}}_{\mathcal{B}} : Hom(V,W) \to M(m \times n, \mathbb{K})$ ist ein Isomorphismus von Vektorräumen	$M^{\mathcal{A}}_{\mathcal{B}} : Hom(V,W) \to M(m \times n, \mathbb{K})$ est un isomorphisme de espace vectoriels
$\dim Hom(V,W) = m \cdot n$	$\dim Hom(V,W) = m \cdot n$
$M^{\mathcal{A}}_{\mathcal{A}} : End(V) \to M(n \times n, \mathbb{K})$ ist ein Isomorphismus von Ringen	$M^{\mathcal{A}}_{\mathcal{A}} : End(V) \to M(n \times n, \mathbb{K})$ est un isomorphisme d'anneaux
A invertierbar $\iff$ A^T invertierbar	A inversible $\iff$ A^T inversible
Transformationsformel für darstellende Matrizen	formule de changement de base
$ZR(A) = SR(A)$	$ZR(A) = SR(A)$
A und $\widetilde{A}$ sind äquivalent $\iff$ A und $\widetilde{A}$ haben den gleichen Rang	A et $\widetilde{A}$ sont équivalentes $\iff$ $rg(A) = rg(\widetilde{A})$

Eigenschaften der Determinante	propriétés du determinant
$\det A \neq 0 \iff A$ ist invertierbar	$\det A \neq 0 \iff A$ est inversible
$\det(A \cdot B) = (\det A) \cdot (\det B)$	$\det(A \cdot B) = (\det A) \cdot (\det B)$
$\det(f)$ ist wohldefiniert für einen Endomorphismus f	$\det(f)$ est bien défini pour un endomorphisme f
det existiert und ist eindeutig	unicité et existence du determinant

jede Permutation ist Produkt von Transpositionen	chaque permutation est un produit de transpositions
$sign : S_n \to \{\pm 1\}$ ist ein Gruppenhomomorphismus	$sign : S_n \to \{\pm 1\}$ est un homomorphisme de groupes
Leibniz-Formel für die Determinante	formule de Leibniz
$A^\sharp \cdot A = A \cdot A^\sharp = (\det A) \cdot E_n$, A invertierbar $\implies A^{-1} = \frac{1}{\det A} A^\sharp$	$A^\sharp \cdot A = A \cdot A^\sharp = (\det A) \cdot E_n$, A inversible $\implies A^{-1} = \frac{1}{\det A} A^\sharp$
Entwicklungssatz von Laplace	formule de Laplace
Cramersche Regel	Règle de Cramer

$Eig(F; \lambda_1) \cap Eig(F; \lambda_2) = \{0\}$, falls $\lambda_1 \neq \lambda_2$	$Eig(F; \lambda_1) \cap Eig(F; \lambda_2) = \{0\}$ si $\lambda_1 \neq \lambda_2$
Hat $F \in End(V)$ n verschiedene Eigenwerte ($n = \dim V$), so ist F diagonalisierbar	Si $F \in End(V)$ admet n valeurs propre ($n = \dim V$) deux à deux distinctes, alors F est diagonalisable

λ Eigenwert von $F \iff \det(F - \lambda \cdot id) = 0$	λ est valeur propre de $F \iff \det(F - \lambda \cdot id) = 0$
Nullstellen des charakteristischen Polynoms p_F sind die Eigenwerte von F	raçines de polynôme caractéristique p_F sont les valeurs propres de F